

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.02.2019

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

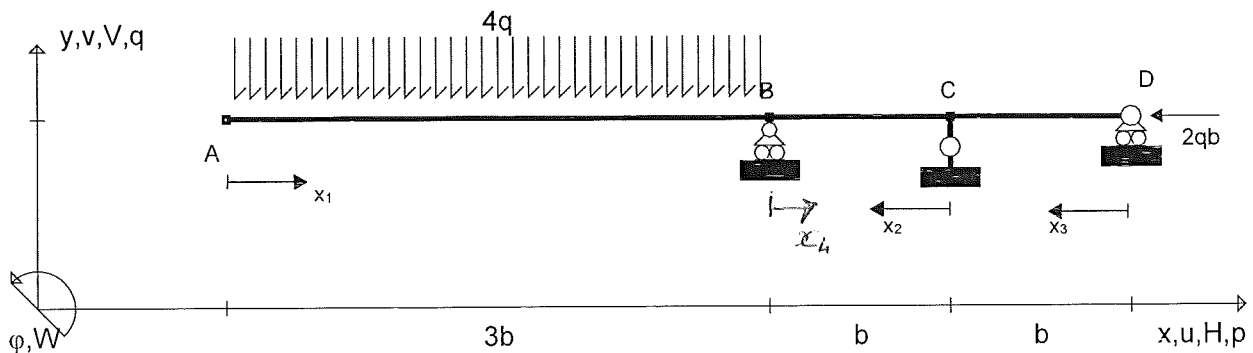
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

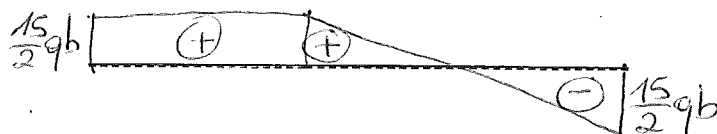
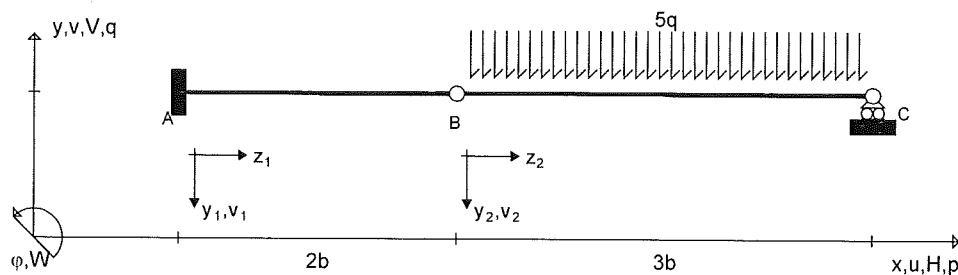
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

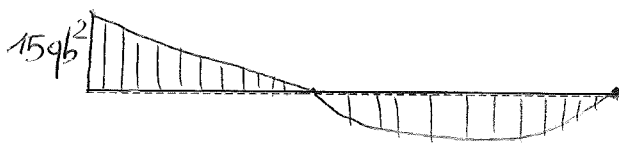
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B , v_B ;
4. La rotazione del punto C , θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*001



↑ (+) ↓



(+) (-)

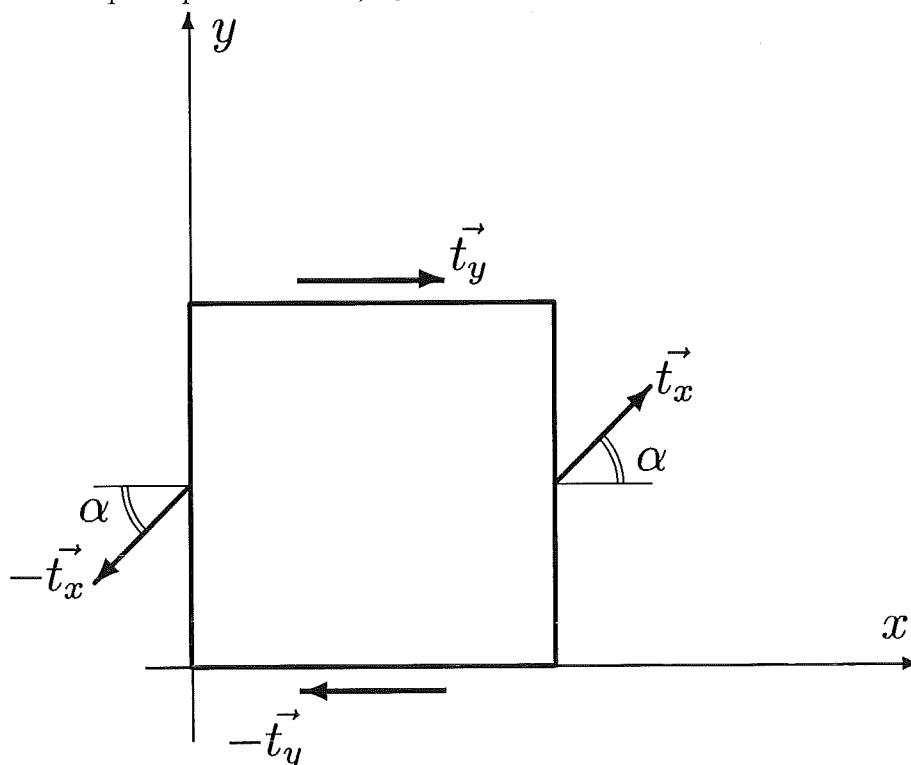
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= \frac{15}{2}qb; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{15}{2}qb^2; & V_C (\uparrow) &= \frac{15}{2}qb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= \frac{15}{2}qb; & M_{AB} &= \frac{15}{2}qb^2 + \frac{15}{2}qbz_1; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= \frac{15}{2}qb - 5qz_2; & M_{BC} &= \frac{15}{2}qbz_2 - \frac{5}{2}qz_2^2; \\
 \text{c.c in A} &= \sqrt{1}/(z_1=0) = 0; & \sqrt{1}'/(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= \sqrt{1}/(z_1=2b) = \sqrt{2}/(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= \sqrt{2}/(z_2=3b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{15}{2} \frac{qb^2 z_1^2}{EI} - \frac{5}{4} \frac{qbz_1^3}{EI}; & v_1'(z_1) &= \frac{15}{EI} qbz_1 - \frac{15}{4} \frac{qbz_1^2}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{20}{EI} \frac{qb^4}{24} - \frac{25}{24} \frac{qb^3 z_2}{EI} - \frac{5}{4} \frac{qbz_2^3}{EI} + \frac{5}{24} \frac{qz_2^4}{EI}; & v_2'(z_2) &= -\frac{25}{24} \frac{qb^3}{EI} - \frac{15}{4} \frac{qbz_2^2}{EI} + \frac{5}{6} \frac{qz_2^3}{EI}; \\
 v_B &= + \frac{20}{EI} \frac{qb^4}{24} (\downarrow); & \theta_C &= - \frac{295}{24} \frac{qb^3}{EI} (\searrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +150^\circ$ (sicché $\cos \alpha = -\sqrt{3}/2$; $\sin \alpha = +1/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 85$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

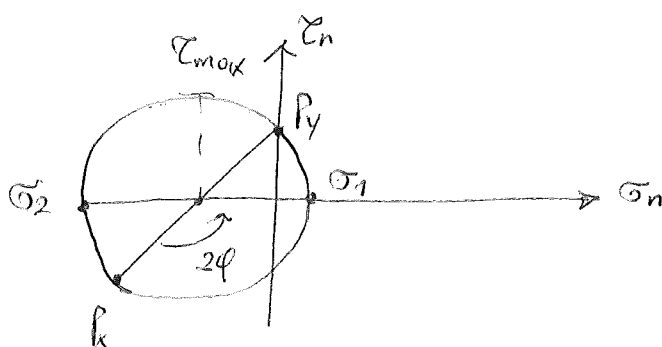
Determinare inoltre quanto vale l'angolo ϕ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -73.6122 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 42.5000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 19.4161 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -93.0283 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 56.2222 \text{ (MPa)};$$

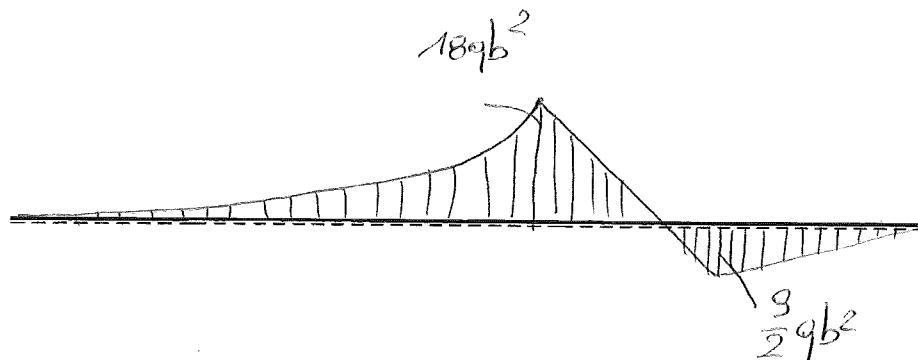
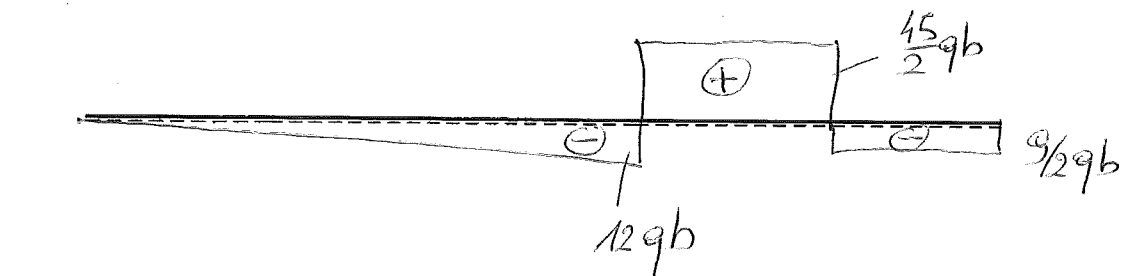
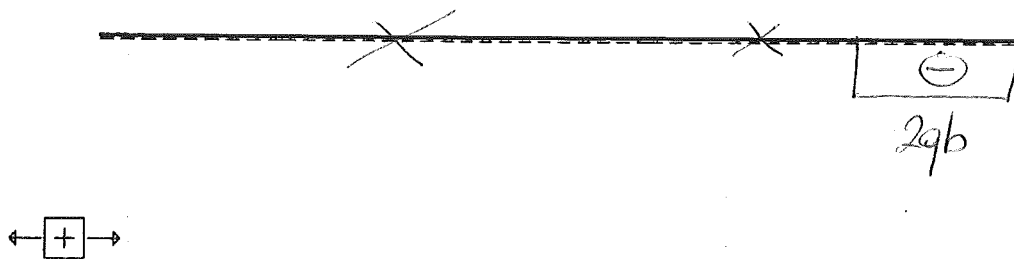
cerchio di Mohr:



$$P_x = (-73.6122, -42.5000)$$

$$P_y = (0.0000, 42.5000)$$

$$\phi = 65.4447 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 V_B (\uparrow) &= \frac{6q}{2} qb; H_C (\Rightarrow) = 2qb; V_C (\uparrow) = -27qb; V_D (\uparrow) = \frac{9}{2} qb; M_C (\curvearrowright) = \frac{9}{2} qb^2 \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = -4qx_1; M_{AB} = -2qx_1^2 \\
 N_{CB} &= 0; T_{CB} = \frac{45}{2} qb; M_{CB} = \int \frac{9}{2} qb^2 - 45qb x_2 = -18qb^2 + \frac{45}{2} qb x_2 \\
 N_{DC} &= -2qb; T_{DC} = -\frac{9}{2} qb; M_{DC} = \frac{9}{2} qb x_3 \\
 v_A &= -\frac{225}{4} \frac{qb^4}{EI} \quad (\downarrow)
 \end{aligned}$$